سوال:

الف) فرض کنید ماتریس های و ماتریس هایی و orthogonal باشند. توضیح دهید چرا ماتریس یک ماتریس orthogonal خواهد بود.

ب) فرض کنید که ماتریس یک ماتریس orthogonal و می باشد. اثبات کنید که ماتریس مقادیر منفرد یکسانی با ماتریس دارد.

پاسخ:

الف) از آنجایی که هر یک از ماتریس های و خود orthogonal است، بنابراین هر یک معکوس پذیر نیز است. بنا به قضیه IMT در صورتی که دو ماتریس وارون پذیر باشند، ضرب آن دو نیز وارون پذیر خواهد بود.

که این خاصیت اثبات می کند که ماتریس نیز یک ماتریس orthogonal خواهد بود.

ب) فرض می کنیم تجزیه مقادیر منفرد ماتریس به صورت می باشد. در این صورت ماتریس نیز orthogonal خواهد بود. چرا که هر دو ماتریس و در اصل orthogonal هستند. بنابراین فرم لازم برای برقراری تجزیه مقادیر منفرد را داراست، بنابراین مقادیر قطری ماتریس به عنوان مقادیر منفرد از ماتریس نیز محسوب می شود.